$2^{\text{éme}}$ Science

Série N°:3

EXERCICE N°1 :

I) Dans chacun des questions suivantes une seule des propositions est correcte.

1/ Le réel 3 est solution de l'équation :

i) $x^2 - 3 = 0$ ii) $3x^2 - 1 = 0$ iii) $x^2 + 3x - 18 = 0$

2/ $\left|-\sqrt{5}-1\right|$ est égale :

i) $-\sqrt{5}+1$ ii) $\sqrt{5}+1$ iii) $\sqrt{5}-1$

3/ Si A(1,2) ; B(-1,-2) et I le milieu de [AB] alors :

i) I(0,0) ii) I(1,4) iii) I(1,2)

4/ Si $B = (\vec{u}, \vec{v})$ une base alors :

i) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. ii) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires iii) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

5/ Si A(1,4) ; B(1,-2) et C(3,-2) alors ABC est un triangle :

i) isocèle ii) équilatéral iii) rectangle.

6/ a et b étant deux réels, si $a \times b \geq 0$ alors on a :

i/ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ii/ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{-a} \times \sqrt{-b}$ iii/ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{|a|} \times \sqrt{|b|}$

7/ Des réels r et s vérifiant : $-2 \leq r \leq s \leq 0$ alors on a :

i/ $s^2 \leq r^2 \leq 4$ ii/ $r^2 \leq s^2 \leq 4$ iii/ $4 \leq r^2 \leq s^2$

8/ On considère une base orthonormé $(\vec{i}, \vec{j})$, les vecteurs $\vec{a}\begin{pmatrix} \sqrt{7}-\sqrt{3} \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b}\begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{7}+\sqrt{3} \end{pmatrix}$:

i/ $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires ii/ $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont orthogonaux.

II) Répondre par vrai ou faux.

1/ Si $|x| \geq a$, alors $-a \leq x \leq a$, avec $a \geq 0$.

2/ Les solutions de l'équation $(x - 2)^2 = 16$ sont 2 et -6.

3/ La forme canonique de $x^2 - 6x + 2$ est $(x - 3)^2 - 5$.

4/ L'équation $\sqrt{x+2} = x - 1$ existe lorsque $x \in [-2,+\infty[$.

5/ Soit G centre de gravité du triangle ABC, alors : $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$

III/ Déterminer la forme canonique des équations suivantes :

a) $x^2 + 8x + 3$ b) $3x^2 - 5x + 2$ c) $-x^2 + 3x - 4$

EXERCICE N°2 :

B

ABCD un carré de coté 4.

M un point de [AB] distinct de A et B.

N un point de [AD] distinct de A et D tel que : DN = AM.

P le point tel que AMPN es un rectangle. On pose AM = x et f(x) = Aire(AMPN).

1/ A quel intervalle I appartient x ?

2/ a- Calculer f(x) en fonction de x.

b- Déterminer x sachant que f(x) = 3.

c- Peut-on déterminer x pour que f(x) = 5 ?

3/ a- Vérifier que : $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$.

b- Montrer que $f(x) \leq 4$.

c- Pour quelle valeur de x, l'aire f(x) est-elle maximale ?

Série N°:4

Résolution d'une équation du second degré :

Soit l'équation (E) : $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.

I/ On calcul le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

1^er^cas : si $\Delta > 0$ alors (E) admette deux racines distinctes : $x' = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x'' = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$.

2^éme^cas : si $\Delta = 0$ alors l'équation (E) admette une racine double : $x' = x'' = \frac{-b}{2a}$

Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')^2 = a(x-x'')^2$.

3^éme^cas : si $\Delta < 0$ alors l'équation (E) n'admette pas de solutions. (E) ne se factorise pas.

II/ Cas particuliers :

- Si $a + b + c = 0$ alors : $x' = 1$ et $x'' = \frac{c}{a}$
- Si $a - b + c = 0$ alors : $x' = -1$ et $x'' = -\frac{c}{a}$

III/ Somme et produit :

Si x' et x'' existent alors : $S = \frac{-b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$.

EXERCICE N°1 :

I/ Résoudre dans IR puis factoriser les équations suivantes :

- $x^2 + 3x - 10 = 0$
- $-4x^2 + x - 1 = 0$
- $\frac{9}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0$
- $(x - 1)^2 - 3x - 7 = 0$
- $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- $-3x^2 + 7x - 4 = 0$
- $2x^2 + 4x - 1 = 0$
- $2x^2 + 3x + 2 = 0$
- $x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 2 = 0$
- $(\sqrt{2}+1)x^2 + x - \sqrt{2} = 0$
- $-4x^2 + (\pi+4)x - \pi = 0$
- $\pi x^2 + (1+\sqrt{3})x = 0$

II/ Résoudre dans IR les équations suivantes :

- $|x^2 - x - 2| = |-2x^2 + 3x + 2|$
- $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = 0$
- $\frac{x+1}{x+3} = \frac{7x-13}{(x-1)(x+3)}$
- $\frac{x^2 + 2x + 1}{3x^2 + 8x + 5} = -\frac{1}{2}$
- $\sqrt{2x+14} = x - 5$
- $\sqrt{-4x-3} = 2x + 3$
- $\sqrt{2x-1} + 2 = x$
- $\sqrt{x+3} + 1 = \sqrt{2-x}$

EXERCICE N°2 :

I/ Soit l'équation : $3x^2 - 5x + c = 0$, avec $c \in$ IR.

Déterminer c pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

II/ Soit l'équation : $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$, $m \in$ IR.

Déterminer les valeurs de m pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

EXERCICE N°3 :

Résoudre dans IR×IR les systèmes suivants :

$\begin{cases} x+y=7 \\ x.y=6 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=5 \\ x.y=-6 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{49}{6} \\ x.y=6 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+y^2=17 \\ x.y=-4 \end{cases}$ $\begin{cases} 2|x|+\sqrt{y}=9 \\ x^2.y=100 \end{cases}$

EXERCICE N°4 :

Résoudre dans IR les équations suivants :

1/ $x^2 - 7x + 10 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $x^2 - 7|x| + 10 = 0$.

2/ $x^2 + 8|x| - 9 = 0$

3/ $x^2 + 4x - 5 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $(x-3)^2 + 4(x-3) - 5 = 0$

4/ $2x - 5\sqrt{x} + 3 = 0$

5/ $\left(\dfrac{x}{x-2}\right)^2 - \dfrac{8x}{x-2} + 15 = 0$

6/ $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

7/ $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$

EXERCICE N°5 :

I/ Soit dans IR l'équation : $x^2 + 5x - 7 = 0$

1/ Montrer sans calculer le discriminant que cette équation admette deux racines x' et x ".

2/ Sans calculer x' et x", déterminer :

$x' + x''$; $x'.\,x''$; $\dfrac{3}{x'}+\dfrac{3}{x''}$; $x'^2 + x''^2$; $(-2x' + 3)(-2x'' + 3)$ et $x'^3 + x''^3$

II/ Soit l'équation (E_m) : $(m^2 + 1)x^2 - 2mx - 2 = 0$, $m \in$ IR.

1/ Montrer sans calculer le discriminant que (E_m) admette deux racines distinctes.

2/ Déterminer m pour que l'une des racines soit égale à (-1) puis calculer l'autre racine.

3/ On prend m = 2, sans calculer x' et x" déterminer : $A = \dfrac{x'+1}{x''-1}+\dfrac{x''+1}{x'-1}$